



هندسه ۱

پایه ی دهم « رشته ی ریاضی و فیزیک »

فصل (۴) : فضا و تجسم فضایی

تهیه کننده : جابر عامری

دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی



www.mathtower.ir

@amerimath

مهر ۱۴۰۱



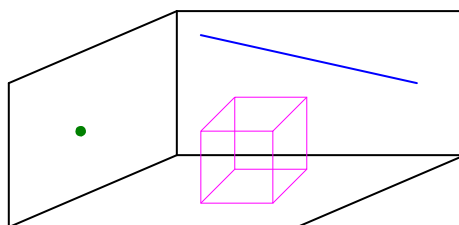
فصل چهارم

درس اول: مقدمات مفاهیم اساسی در فضا

در این درس، علاوه بر معرفی مقدماتی مفهوم فضا، حالت های مختلف خط و صفحه در فضا را نیز بیان می کنیم.

مفهوم فضا

محیطی که در آن زندگی می کنیم، مدلی از فضای سه بعدی یا به عبارت کوتاه تر فضا است. فضا مانند نقطه و خط و صفحه یک اصطلاح تعریف نشده است. در واقع فضای سه بعدی مجموعه ای از بی نهایت نقطه است که خط و صفحه زیر مجموعه ای از نقاط آن به حساب می آیند.



در شکل مقابل، گوشه ای از یک اتاق را تجسم^۱ می کنیم. طوری که روی یک دیوار آن یک نقطه، روی دیوار دیگر خط و روی کف زمین آن یک مکعب مشاهده می شود. نقطه هیچ بعد ندارد، خط یک بعدی است و فقط می توان آن را امتداد داد و هیچ ضخامتی ندارد. مکعب، سه بعدی است و دارای طول و عرض و ارتفاع می باشد. هر یک از دیوار های شکل را می توان صفحه فرض کرد. صفحه دو بعدی است و می توان آن را از هر طرف امتداد داد و بدون ضخامت است.

در این جزوه هر جا کلمه‌ی خط آمده باشد، منظور خط راست می باشد.

^۱ . تصویری از یک موضوع که در ذهن نقش می بندد را تجسم می نامند.

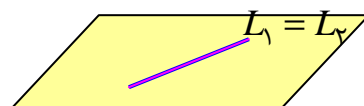
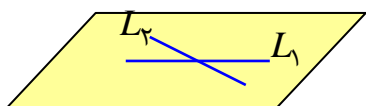
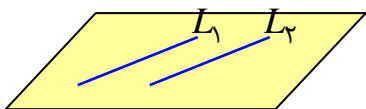
☑ حالت های مختلف دو خط در صفحه

دو خط در صفحه حالت های زیر را نسبت به هم دارند.

الف : موازی (هیچ نقطه ی مشترک ندارند).

ب : متقاطع (فقط در یک نقطه مشترک هستند).

ج : منطبق (در تمام نقاط مشترک هستند).



توجه :

۱ : از هر نقطه در صفحه ، بیشمار خط می گذرد.

۲ : از دو نقطه ی متمایز در صفحه ، فقط یک خط می گذرد.

۳ : از هر نقطه ی بیرون یک خط در صفحه ، فقط یک خط موازی آن می گذرد.

۴ : در هر صفحه دو خط موازی با یک خط ، با هم موازیند.

۵ : در هر صفحه دو خط عمود بر یک خط ، با هم موازیند.

☑ حالت های مختلف دو خط در فضا

دو خط در فضا حالت های زیر را نسبت به هم دارند.

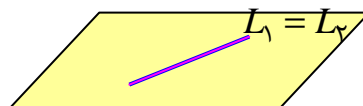
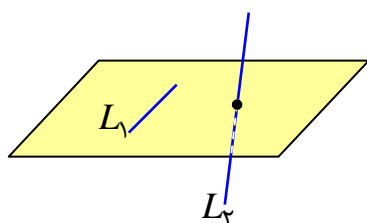
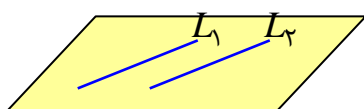
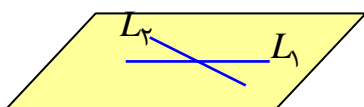
الف : متقاطع (فقط در یک نقطه مشترک هستند).

ب : موازی (هیچ نقطه ی مشترک ندارند و صفحه ای وجود دارد که شامل هر دوی آنها است).

ج : متناظر (هیچ نقطه ی مشترک ندارند و صفحه ای وجود ندارد که شامل

هر دوی آنها است).

د : منطبق (در تمام نقاط مشترک هستند).



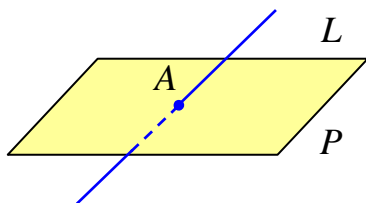
توجه :

- ۱: از هر نقطه در فضا، بیشمار خط می‌گذرد.
 - ۲: از دو نقطه‌ی متمایز در فضا، فقط یک خط می‌گذرد.
 - ۳: از هر نقطه‌ی بیرون یک خط در فضا، فقط یک خط موازی آن می‌گذرد.
 - ۴: در فضا دو خط موازی با یک خط، با هم موازیند.
 - ۵: از هر خط در فضا، بیشمار صفحه می‌گذرد.
 - ۶: اگر دو نقطه‌ی متمایز از خطی، در یک صفحه باشند، آن خط به تمامی در آن صفحه قرار می‌گیرد.
- تمرین:** آیا دو خط عمود بر یک خط در فضا، لزوماً با هم موازیند؟ (چرا؟)

تمرین: آیا دو خط متنافر می‌توانند بر هم عمود باشند. عمود بودن آنها چگونه تعریف می‌شود؟

☑ حالت های مختلف یک خط و یک صفحه در فضا

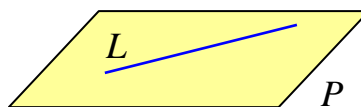
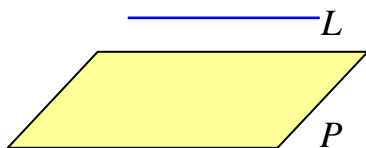
یک خط و یک صفحه در فضا حالت های زیر را نسبت به هم دارند.



الف: **مقاطع** (فقط در یک نقطه مشترک هستند).

ب: **موازی** (هیچ نقطه‌ی مشترک ندارند).

ج: **منطبق** (در تمام نقاط مشترک هستند).



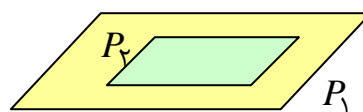
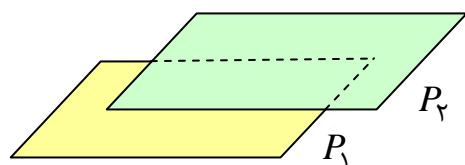
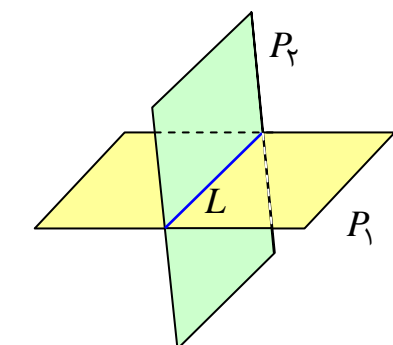
☑ حالت های مختلف دو صفحه در فضا

دو صفحه در فضا حالت های زیر را نسبت به هم دارند.

الف : **مقاطع** (فقط در یک خط مشترک هستند.)

ب : **موازی** (هیچ نقطه ی مشترک ندارند.)

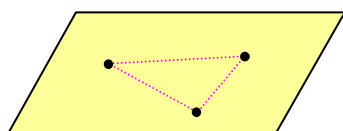
ج : **منطبق** (در تمام نقاط مشترک هستند.)



اگر دو صفحه متقاطع باشند، همدیگر را در یک خط قطع می کنند، این خط را **فصل مشترک دو صفحه** می نامند.

☑ صورت های مشخص کردن صفحه در فضا

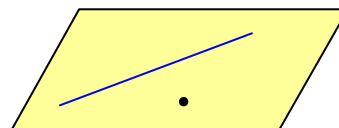
یک صفحه در فضا به یکی از حالت های زیر مشخص می شود.



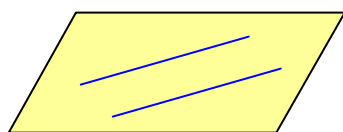
۱ : از هر سه نقطه ی متمایز غیر واقع بر یک خط، یک و تنها یک

صفحه می گذرد.

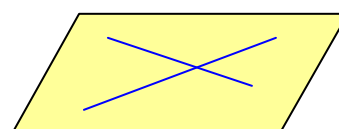
۲ : از یک خط و یک نقطه ی بیرون آن، یک و تنها یک صفحه می گذرد.



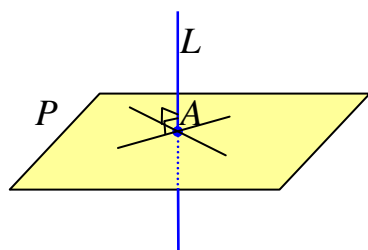
۳ : از دو خط متمایز موازی، یک و تنها یک صفحه می گذرد.



۴ : از دو خط متقاطع، یک و تنها یک صفحه می گذرد.



☑ تعامد خط و صفحه در فضا



یک خط مانند L را بر صفحه‌ی P در نقطه‌ی A عمود گویند، هرگاه بر تمام خط‌های گذرا از A و منطبق بر صفحه‌ی P عمود باشد.

نتیجه: اگر خطی بر دو خط متقاطع از صفحه‌ای، عمود باشد، آن خط بر صفحه عمود است.

توجه:

۱: دو صفحه‌ی عمود بر یک خط با هم موازیند.

۲: دو خط عمود بر یک صفحه با هم موازیند.

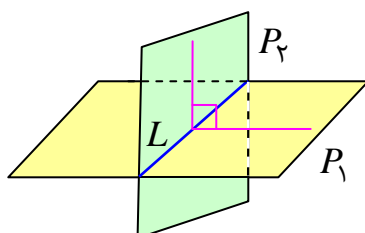
۳: دو صفحه‌ی موازی با یک صفحه، با هم موازیند.

۴: اگر خطی بر یکی از دو صفحه‌ی موازی، عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است.

تمرین: اگر خطی بر یک خط از صفحه‌ای عمود باشد، آیا می‌توان گفت که بر آن صفحه عمود است؟

☑ تعامد دو صفحه در فضا

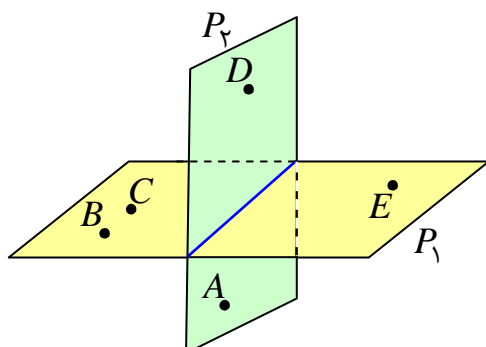
دو صفحه را عمود بر هم می‌نامند، هرگاه هر کدام شامل خطی باشد که بر دیگری عمود است.



تمرین: آیا دو صفحه‌ی عمود بر یک صفحه لزوماً موازیند؟ چرا؟

تمرین برای حل:

۱: با توجه به شکل مقابل به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف) چند صفحه در شکل می بینید، نام گذاری کنید.

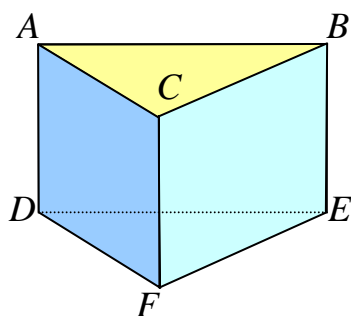
ب) سه نقطه پیدا کنید که در یک صفحه باشند.

ج) چهار نقطه پیدا کنید که در یک صفحه نباشند.

د) دو خط AB و CE نسبت به هم چه وضعی دارند؟

هـ) دو خط AC و CE نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۲: منشور سه پهلو زیر را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف) سه جفت خط متمایز دو به دو موازی نام ببرید.

ب) سه جفت خط متمایز دو به دو متناظر را نام ببرید.

ج) سه جفت خط دو به دو متقاطع را نام ببرید.

د) سه خط هم‌رس نام ببرید.

هـ) سه جفت خط و صفحه‌ی موازی نام ببرید.

و) دو صفحه‌ی موازی نام ببرید.

ز) سه صفحه‌ی دو به دو متقاطع نام ببرید.

۳: از هر نقطه‌ی غیر واقع بر یک صفحه، چند صفحه می توان بر آن صفحه عمود رسم کرد؟ چرا؟

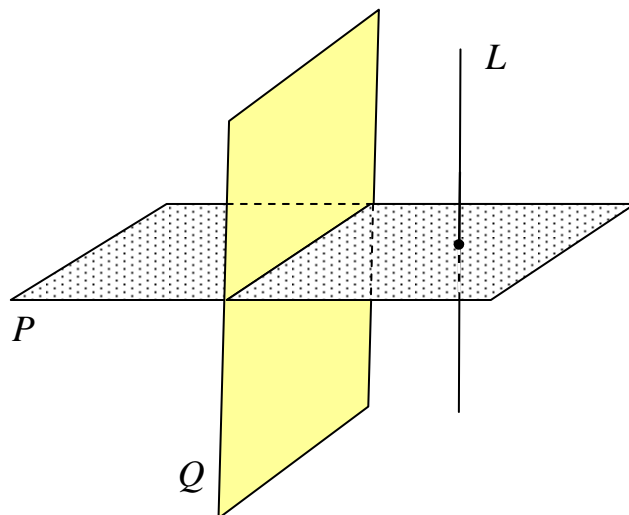
۴: از هر خط موازی یک صفحه، چند صفحه می توان گذراند که بر آن صفحه عمود باشند؟

۵: از هر خط عمود بر یک صفحه، چند صفحه می توان گذراند که بر آن صفحه عمود باشند؟

۶: از هر خط متقاطع و غیر عمود بر یک صفحه، چند صفحه می توان گذراند که بر آن صفحه عمود باشد؟

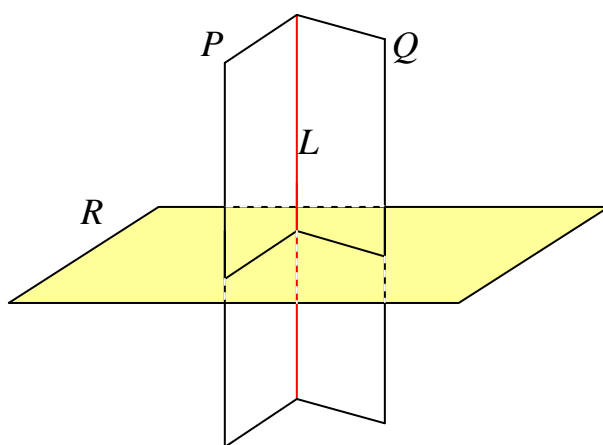
۷: مطابق شکل زیر دو صفحه‌ی P و Q بر هم عمودند و خط L نیز بر صفحه‌ی P عمود است. این خط

نسبت به صفحه‌ی Q چه وضعی دارد؟



۸: مطابق شکل زیر دو صفحه‌ی متقاطع P و Q بر صفحه‌ی R عمودند. فصل مشترک این دو صفحه

نسبت به صفحه‌ی R چه وضعیتی دارد؟



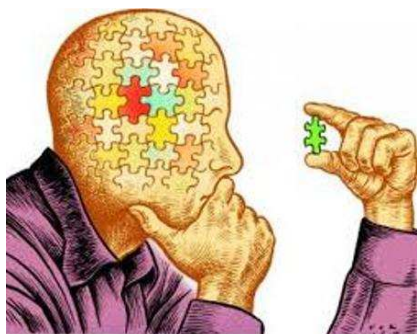
تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

فصل چهارم

درس دوم: تفکر تجسمی

ما در نوعی از تفکر خود با زبان کلمات و مفاهیم سروکار داریم. به عبارتی با کنار هم قرار دادن کلمات و



عبارات در ذهن فکر می‌کنیم. در واقع یک نوع تکلم که به

صورت ذهنی انجام می‌دهیم ولی جملات را به زبان

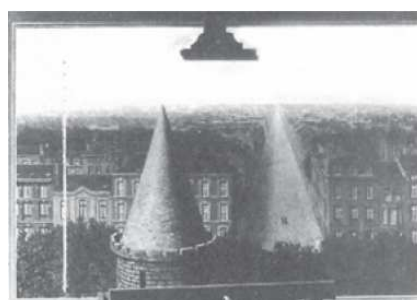
نمی‌آوریم. در کنار این شیوه تفکر، تفکر تجسمی یا دیداری

قرار می‌گیرد. در تفکر تجسمی، جملات و شیوه های زبانی

برای تفکر استفاده نمی‌شود، بلکه این تصاویر هستند که در

ذهن ما نقش می‌بندند و به ما کمک می‌کنند درباره‌ی موضوع مورد نظر فکر کنیم.

به تصاویر زیبای زیر توجه کنید و برداشت خود را از آنها بیان کنید.



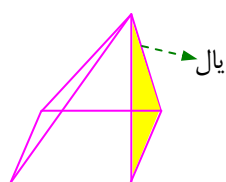
استفاده از تصویر سازی ذهنی به جای بکارگیری عبارات و جملات کلامی

را تفکر تجسمی می‌نامند.

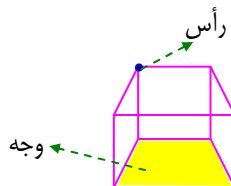
برای آشنایی با این موضوع شایسته است، ابتدا چند وجهی و اجزای آن را معرفی کنیم.

✓ چند وجهی

بخشی از فضا که از همه طرف به یک چندضلعی مسطح محدود باشد، جسمی پدید می‌آورد که به آن چندوجهی می‌گویند.



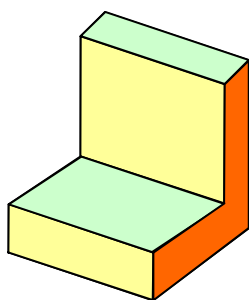
پنج وجهی



شش وجهی

در یک چندوجهی هر کدام از چندضلعی‌ها را یک **وجه** و ضلع‌های این وجه‌ها را **یال** و رأس‌های این وجه‌ها را **رأس** گویند.

تمرین: در شکل زیر



الف: دو یال موازی نام گذاری کنید.

ب: دو یال عمود بر هم نام گذاری کنید.

ج: دو وجه عمود بر هم و دو وجه موازی هم را مشخص کنید.

د: تعداد وجوه، یالها و رؤوس را بنویسید.

تمرین: در تصویر روبرو چند پرتقال روی میز چیده شده است.



حل: در ردیف اول چینش پرتقال‌ها به صورت یک مربع 12×12 و در ردیف دوم چینش پرتقال‌ها به صورت یک مربع 11×11 و چون دوازده ردیف وجود دارد، لذا تعداد پرتقال‌های می شود:

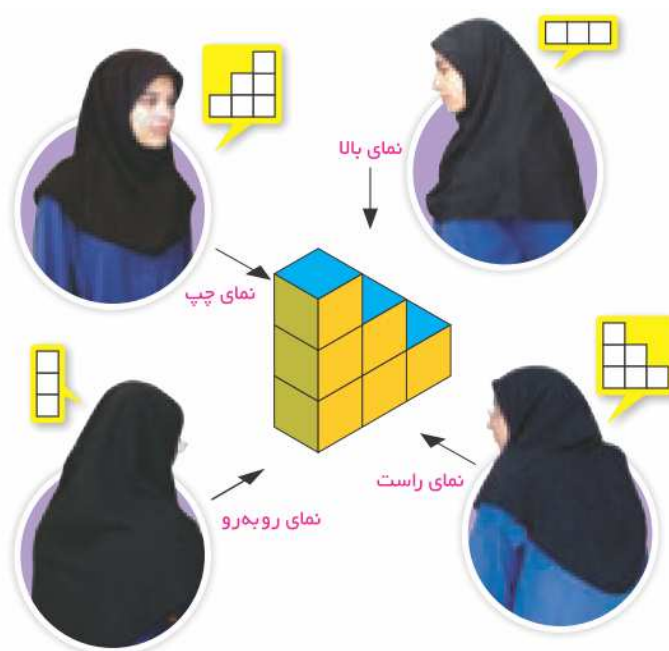
$$(12 \times 12) + (11 \times 11) + (10 \times 10) + \dots + (3 \times 3) + (2 \times 2) + (1 \times 1) = 650$$

☑ نما های مختلف تفکر تجسمی

هرگاه در تفکر به جای استفاده از عبارت ها ، کلمات و یا شیوه های زبانی از تصاویر استفاده کنیم، تفکر را تفکر تجسمی می گویند. در تفکر تجسمی از نماهای (زاویه های دید) مختلف به یک شیئی نگاه می شود و تصویری از آنچه که دیده می شود، را رسم می شود. در تفکر تجسمی سه نما کاربرد های بیشتر دارند.

الف) نمای بالا ب) نمای چپ ج) نمای روبرو

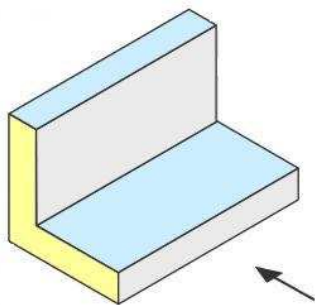
مثال : شکل هایی که از دانش آموزان تصویر زیر از نمای های مختلف از شیئی مورد نظر دارند، به صورت زیر می باشد.



نمونه ای دیگر از تفکر تجسمی از نماهای مختلف نیز در تصویر زیر نیز مشاهده می کنید.



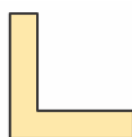
تمرین: نماهای بالا، چپ و روبرو تصویر زیر را رسم کنید.



حل:



نمای روبرو



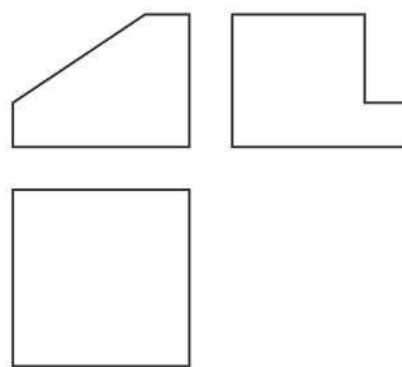
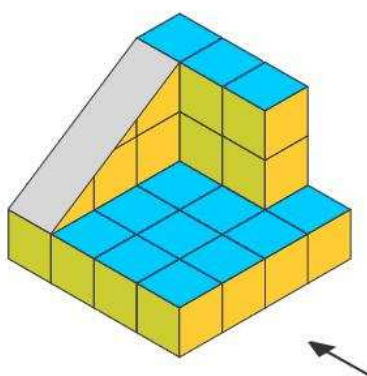
نمای چپ



نمای بالا

تمرین: برای شکل زیر، نماهای مختلف رسم شده است. مشخص کنید در هر تصویر از کدام جهت به

شکل نگاه شده است؟



حل:

نمای روبرو



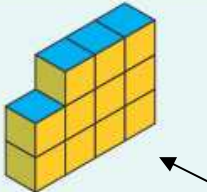

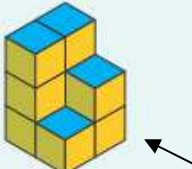
نمای چپ



نمای بالا



تمرین: سعی کنید از جهت های مختلف به هر شکل نگاه کرده و آن نما را رسم کنید.

	نمای چپ	نمای بالا	نمای روبه‌رو
			
			
			

حل:

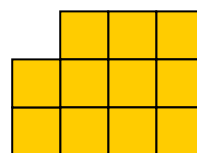
ردیف اول:



نمای چپ

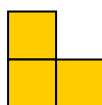


نمای بالا



نمای روبرو

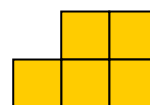
ردیف دوم:



نمای چپ

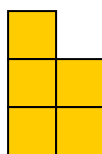


نمای بالا

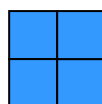


نمای روبرو

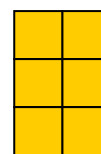
ردیف سوّم :



نمای چپ



نمای بالا

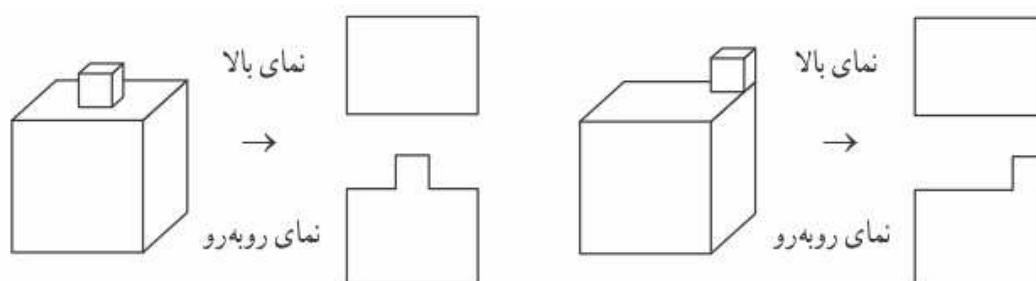


نمای روبرو

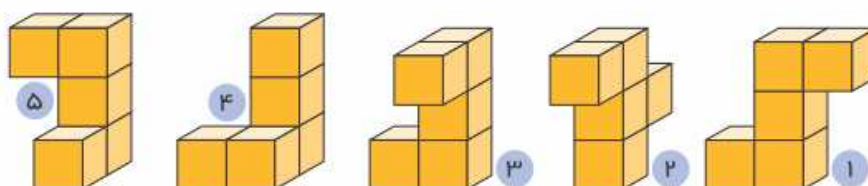
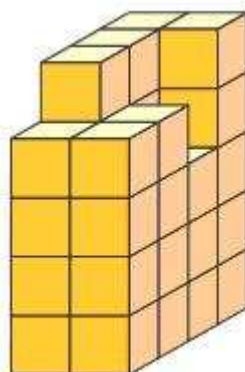
تمرین : دو مکعب مستطیل را روی هم قرار داده ایم. ابعاد مکعب مستطیل بالایی از ابعاد مکعب پایینی

کمتر است. تصویری از این دو مکعب مستطیل رسم کنید که نمای روبرو و نمای بالا را نشان دهد.

حل : این مسئله بیشمار جواب دارد. برای نمونه دو مورد از جواب های آن به شکل زیر است.



تمرین : کدام قطعه ، شکل سمت راست را به یک مکعب مستطیل کامل تبدیل می کند؟



حل : شماره ۵

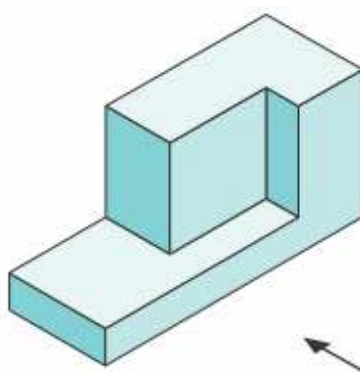
تمرین: نمای روبه‌رو، چپ و بالای مکعب‌های سمت راست در ستون سمت چپ رسم شده است. هر شکل را به نماهای مربوط به آن وصل کنید.

نمای بالا	نمای چپ	نمای روبه‌رو	
			○
			○
			○
			○
			○

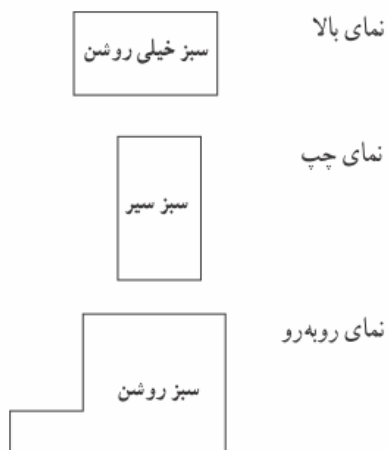


حل: شکل اول سمت راست به ردیف چهارم، شکل دوم سمت راست به ردیف اول، شکل سوم سمت راست به ردیف پنجم، شکل چهارم سمت راست به ردیف دوم، شکل پنجم سمت راست به ردیف سوم وصل شوند.

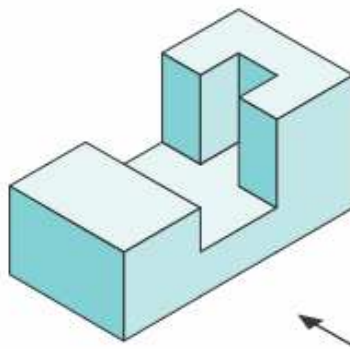
تمرین: نمای بالا، روبه‌رو و سمت چپ شکل زیر را رسم کنید.



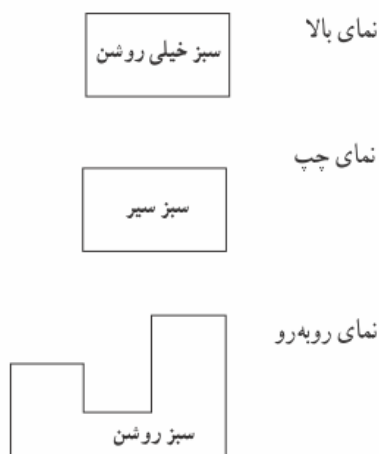
حل:



تمرین: نمای بالا، روبرو و سمت چپ شکل زیر را رسم کنید.



حل:



تمرین : تمام وجه های مکعبی را رنگ آمیزی کرده ایم.

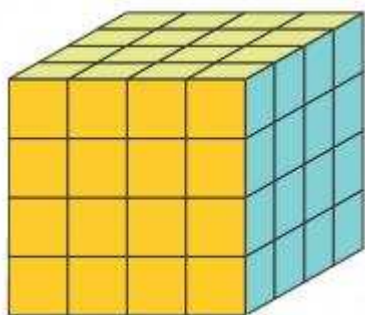
الف : چند مکعب کوچک در این شکل وجود دارد؟

ب : چند مکعب ، رنگ نشده است؟

ج : چند مکعب، رنگ شده است؟

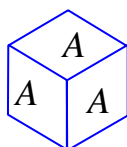
د : چند مکعب ، فقط دو وجه رنگ شده دارند؟

هـ : چند مکعب ، سه وجه رنگ شده دارند؟



حل :

الف : ۶۴ تا ب : ۸ تا ج : $۵۶ = ۶۴ - ۸$ د : ۲۴ تا هـ : ۸ تا



تمرین : روی تمام وجه های مکعب هایی حرف A نوشته شده است. هشت تا از این مکعب

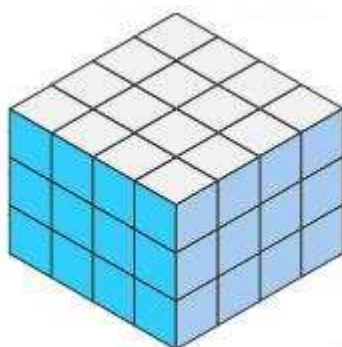
ها را روی سطح میز به شکل ستونی روی هم می چینیم. حساب کنید که چند حرف A دیده

می شود؟

حل : کل وجوه $۶ \times n = ۶ \times ۸ = ۴۸$ می باشند و در $۲(۸) - ۱ = ۱۵$ وجه حرف A دیده نمی

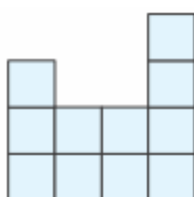
شود. پس در $۴۸ - ۱۵ = ۳۳$ وجه حرف A دیده می شود.

تمرین : تعدادی مکعب به صورت زیر چیده شده اند.



الف : این تصویر از چند مکعب کوچک تشکیل شده است؟

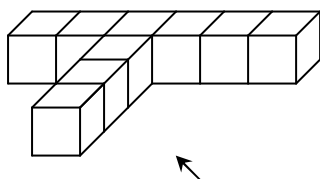
ب : حداقل چندتا و حداکثر چند مکعب باید برداشته شود تا نمای بالا به شکل زیر دیده شود.



حل :الف : در کل $48 = 3 \times 16$ مکعب کوچک وجود دارد.ب : حداقل $15 = 5 \times 3$ و حداکثر $37 = 5 + 32$ مکعب**تمرین :** جسم مقابل از چند مکعب هم اندازه تشکیل شده است. اگر بخواهیم جسم را رنگ آمیزی کنیم. در

این صورت با شماره گذاری مکعب ها:

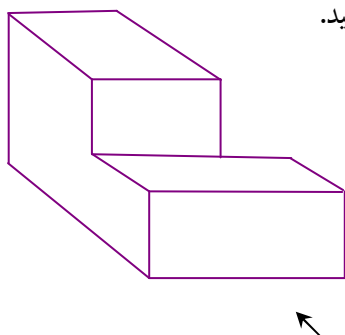
الف: مکعب هایی را مشخص کنید که فقط چهار وجه آنها رنگ می خورد.



ب : کدام مکعب فقط سه وجه آن رنگ می خورد؟

ج : کدام مکعب ها فقط پنج وجه آنها رنگ می خورد؟

د : نمای بالا، نمای روبرو و نمای چپ جسم را رسم کنید.

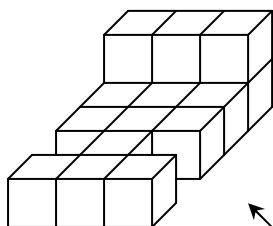
تمرین : الف : تعداد وجوه ، یال ها و رأس های جسم مقابل را تعیین کنید.

ب : نمای بالای این جسم را رسم کنید.

تمرین :

الف : حجم جسم مقابل را به دست آورید.

ب : نمای بالای این جسم را رسم کنید.



تهیه کننده : جابر عامری

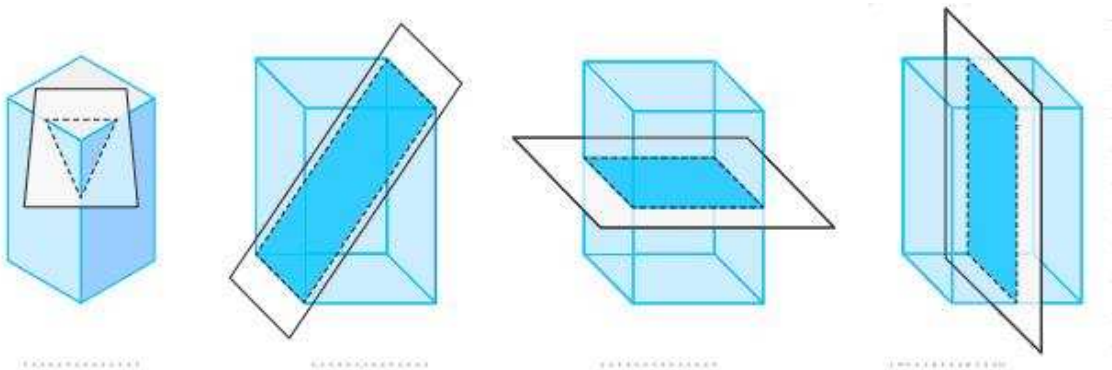
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

فصل چهارم

درس سوم: برش

هرگاه یک صفحه یک جسم هندسی را قطع کند، برش بوجود می آید. شکل حاصل از برش یک جسم توسط یک صفحه را سطح مقطع می نامند. به عبارتی دیگر شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود را **سطح مقطع** آن جسم نامیده می شود.

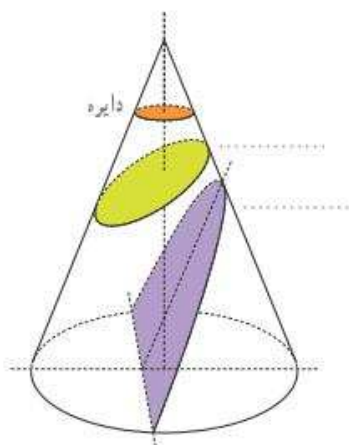
در شکل های زیر سطح مقطع یک مکعب مستطیل را در حالت های مختلف را مشاهده می کنید. در هر مورد نام سطح مقطع بوجود آمده را بنویسید.



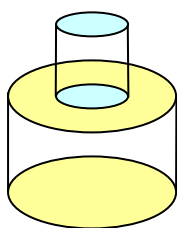
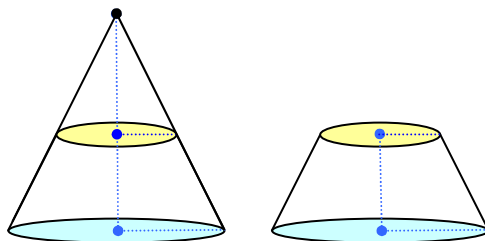
همچنین شکل زیر سطح مقطع استوانه را نشان می دهد. نام سطح مقطع های بدست آمده را بنویسید.



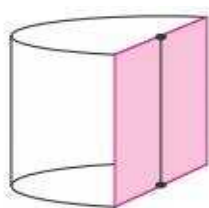
سطح مقطع های یک مخروط قائم در برخورد با صفحه های افقی و مایل نیز به شکل مقابل است. نام این سطح مقطع ها را بنویسید.



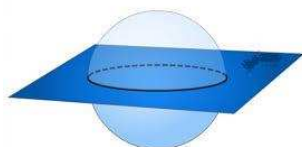
تمرین: مخروط قائمی را مطابق شکل زیر با صفحه‌ای موازی قاعده‌ی آن برخورد داده ایم. این صفحه مخروط را به دو بخش تقسیم می‌کند. بخش بالایی به چه شکل است؟ بخش زیرین را **مخروط ناقص** می‌نامند. اگر صفحه‌ای به شکل عمودی مخروط ناقص را قطع کند، سطح مقطع حاصل چیست؟



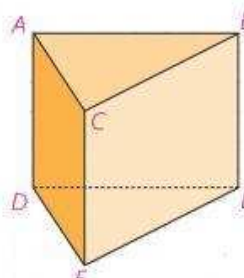
تمرین: دو استوانه را روی هم قرار داده ایم. اگر صفحه‌ای به شکل عمودی با هر دوی این استوانه‌ها برخورد کند. سطح مقطع حاصل به چه شکل خواهد بود؟



تمرین: در شکل مقابل نصف یک استوانه داده شده است. سطح مقطع این شکل در برخورد با صفحه‌های افقی، عمودی و صفحه‌ی مایلی که از قاعده‌ی استوانه عبور نکند به چه شکل است؟



تمرین: سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با یک کره به چه شکل است؟ در چه صورت این سطح بیشترین مساحت ممکن را خواهد داشت؟



تمرین: فرض کنید منشور زیر، یک قطعه‌ی چوبی توپر باشد. این قطعه‌ی چوبی را طوری اره می‌کنیم که از سه نقطه‌ی مشخص عبور کند. در هر حالت مشخص کنید سطح مقطع به چه شکل است و منشور به چه شکل هایی تجزیه می‌شود؟

الف) صفحه‌ی P بر ارتفاع منشور عمود باشد.

ب) C و D و E

ج) C و F و Q (وسط پاره خط AB)

حل :

الف : سطح مقطع مثلث است و منشور به دو منشور مثلثی تجزیه می شود.

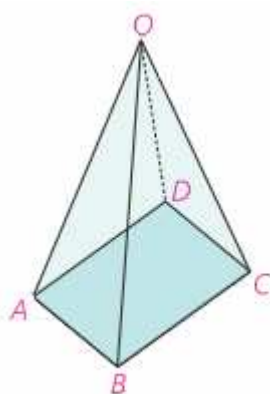
ب : سطح مقطع مثلث است و منشور به دو هرم تجزیه می شود. یک هرم مثلثی و یک هرم با قاعده‌ی

مستطیل

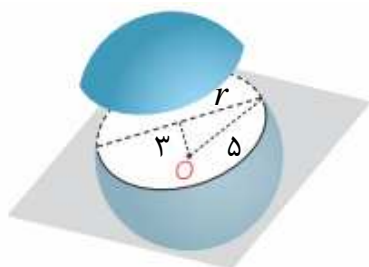
ج : سطح مقطع مستطیل است و منشور به دو منشور مثلثی تجزیه می شود.

تمرین : قاعده‌ی هرمی، مستطیل $ABCD$ است. رأس این هرم را O نامیدهایم. سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ی P را با این هرم در هر حالت

مشخص کنید.

الف (صفحه‌ی P بر ارتفاع هرم عمود باشد.ب (صفحه‌ی P از O بگذرد و بر قاعده‌ی هرم عمود است.ج (صفحه‌ی P از O نگذرد، ولی بر قاعده‌ی هرم عمود است.**حل :** الف) مستطیل ب) مثلث (متساوی الساقین) ج) دوزنقه (متساوی الساقین)**تمرین :** صفحه‌ی P کره‌ی O به شعاع ۵ سانتیمتر را قطع کرده است. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی O از صفحه‌ی ۳

سانتی باشد، مساحت این سطح مقطع چقدر است؟

**حل :**

$$r^2 + 9 = 25 \rightarrow r^2 = 16 \rightarrow r = 4 \quad \text{شعاع دایره‌ی سطح مقطع}$$

$$S = \pi r^2 = 16\pi \quad \text{مساحت دایره‌ی سطح مقطع}$$

تمرین : دو کره با شعاع های r_1 و r_2 یکدیگر قطع کرده اند. نقاط مشترک واقع بر روی هر دو کره روی

چه شکلی قرار دارند؟ اگر همه‌ی این نقاط را به مرکز یکی از دو کره وصل کنیم، چه شکلی به دست می آید؟

حل: دایره ، مخروط

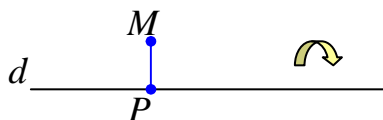
فصل چهارم

درس چهارم: دوران حول محور

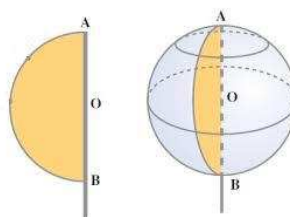
از دوران دادن یک شکل هندسی، حول یک محور، می‌توان شکل‌ها یا جسم‌های هندسی مختلفی ایجاد کرد. چنین اجسامی را **اجسام هندسی دوار** می‌نامند. در تصاویر زیر چند جسم دوار مشاهده می‌کنید.



مثال: شکل هندسی حاصل از دوران یک پاره خط، حول یک خط، یک سطح دایره‌ای است.



مثال: از دوران سطح یک نیم دایره حول یک قطر آن، یک کره‌ی توپر بوجود می‌آید.



تمرین: در هر مورد نام جسم حاصل از دوران را بنویسید.

۱: جسم حاصل از دوران یک ربع دایره حول شعاع آن

۲: جسم حاصل از دوران یک مستطیل، حول یک ضلع آن

۳: جسم حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه، حول یک ضلع آن

۴: جسم حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه، حول وتر آن

۵: جسم حاصل از دوران یکی از دو پاره خط موازی، حول دیگری

۶: جسم حاصل از دوران یکی از دو پاره خط متقاطع، حول دیگری

۷: جسم حاصل از دوران مثلث متساوی الساقین، حول ارتفاع آن

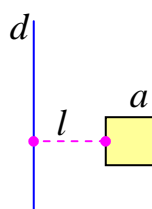
۸: جسم حاصل از دوران مثلث متساوی الساقین، حول قاعده‌ی آن

۹: جسم حاصل از دوران یک ذوزنقه‌ی قائم الزاویه، حول ضلع عمود بر قاعده ها

حل :

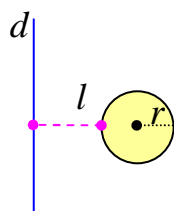
(۱) نیم کره	(۴) دو مخروط هم قاعده	(۷) مخروط
(۲) استوانه	(۵) استوانه‌ی توخالی	(۸) فرافره
(۳) مخروط	(۶) دو مخروط هم رأس	(۹) مخروط ناقص

تمرین: مربعی به ضلع a را حول خط d دوران داده ایم. شکل حاصل را توصیف کنید.



حل : جسم حاصل یک رینگ مکعبی است. (استوانه‌ی توخالی)

تمرین: دایره ای به شعاع r را حول خط d دوران داده ایم. شکل حاصل را توصیف کنید.

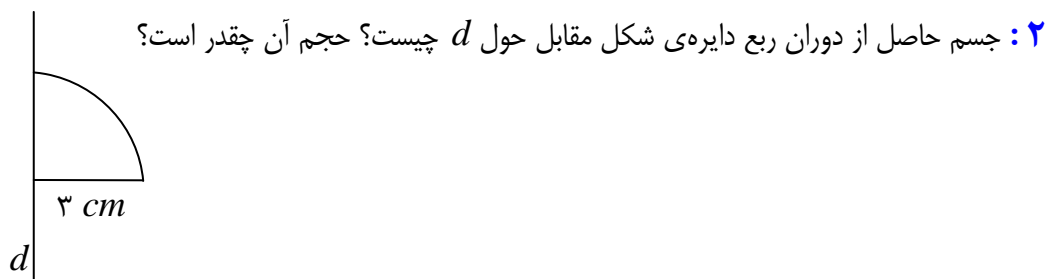


حل : جسم حاصل، یک حلقه‌ی مدور است. (تیوپ اتومبیل)

تمرین برای حل :

۱: حجم جسم حاصل از دوران یک مستطیل به اضلاع ۳ و ۴ سانتی متر حول ضلع ۳ سانتی متری را

محاسبه کنید.



۳: حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه‌ی ABC با ضلع‌های قائم AB و AC ، به ترتیب با

اندازه‌های ۵ و $2\sqrt{6}$ واحد، حول خط گذرنده از رأس C و موازی ضلع AB کدام است؟

(کنکور ۹۹ ریاضی)

$$80\pi \quad (۴)$$

$$75\pi \quad (۳)$$

$$70\pi \quad (۲)$$

$$60\pi \quad (۱)$$

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

استان خوزستان